APEX CLASSES
A family of learning

गणित फॉर्मूला बुक

अध्यायानुसार तथा विषयानुसार

For Class 10

NCRT के नए पाठ्यक्रम पर आधारित

- ✓ परिभाषा
- ✓ सूत्र
- ✓ प्रमेय
- ✓ महत्वपूर्ण टिप्पणियाँ

2022

100% Success

www.theapexclasses.com

www.theapexclasses.com

'चार्ट बुक' प्रस्तावना

गणित विषय पर यह चार्ट बुक विशेष रूप से कक्षा 10 वीं के छात्रों के लिए बनाया गया है ।
यह एक Quick Revision के रूप में कार्य करेगा और छात्रों को परीक्षा से कुछ समय पहले सम्पूर्ण पाठ्यक्रम को Revision में लाभदायी होगा।

प्रकरण :

1)	वास्तविक संख्याएँ	6)	त्रिभुज	10)	वृत्तों के संबंधित क्षेत्रफल
2)	बहुपद	7)	निर्देशांक ज्यामिति	11)	रचनाएँ
3)	दो चार वाले रैखिक समीकरण युग्म	8)	त्रिकोणमिति का परिचय और	12)	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन
4)	द्विघात समीकरण		त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग	13)	सांख्यिकी
5)	समान्तर श्रेढ़ियाँ	9)	वृत्त	14)	प्रायिकता

इस चार्ट बुक में निम्नलिखित चीजों का समावेश है :

1. परिभाषा तथा सूत्र
2. महत्वपूर्ण प्रमेय तथा गुणधर्म
3. महत्वपूर्ण टिप्पणियाँ

For Color Premium Notes Visit : **www.theapexclasses.com**

Apex Classes

Apex classes (A family of learning) is a learning platform where lots of educational content available for various board exams ,Competitive Exam

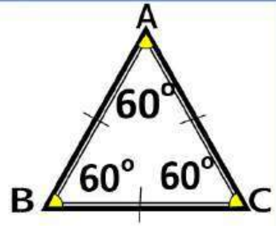
www.theapexclasses.com

त्रिभुज (Tringles)

तीन भुजाओं तथा तीन कोणों से बने दो-आयामी आकृति को त्रिभुज कहते हैं।

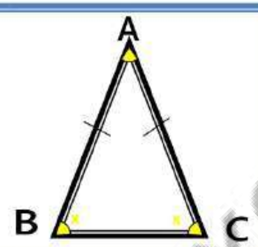
समबाहु त्रिभुज (Equilateral Tringle)

- 3 समान भुजाएं
- 3 समान कोण



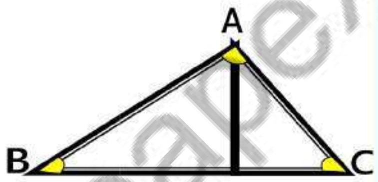
समद्विबाहु त्रिभुज (Isosceles Tringle)

- 2 समान भुजाएं
- 2 समान कोण



विषमबाहु त्रिभुज (Scalene Tringle)

- आसमान भुजाएँ
- आसमान कोण

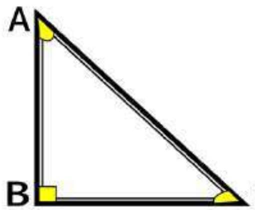


समकोण त्रिभुज (Right Angle Tringle)

- **त्रिभुज का एक कोण 90° होता है**

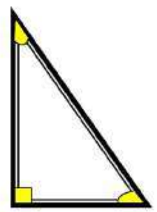
समद्विबाहु समकोण त्रिभुज
(Isosceles Right Angle Triangle)

- समकोण त्रिभुज जिसकी दो भुजा समान है

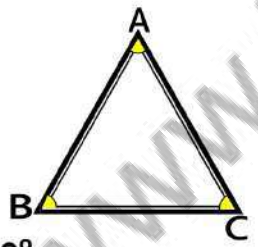


विषमबाहु समकोण त्रिभुज
(Scalene Right Angle Triangle)

- समकोण त्रिभुज जिसकी कोई भुजा समान नहीं है



त्रिभुज के तीनो कोनो के मापो का योगफल 180° होता है



$<A + <B + <C = 180^\circ$

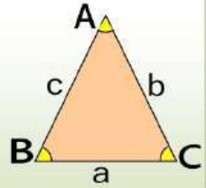
त्रिभुज के क्षेत्रफल निकलने के तरीके

त्रिभुज का क्षेत्रफल **(A)**

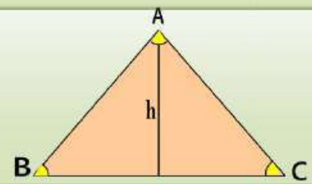
(हेरॉन का सूत्र)

$$S = \frac{a + b + c}{2}$$

$$A = \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)(s-c)}$$



$$A = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

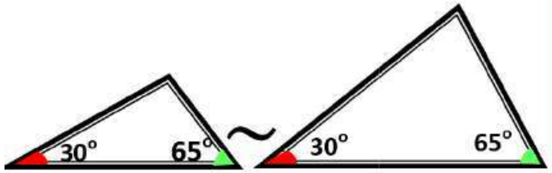
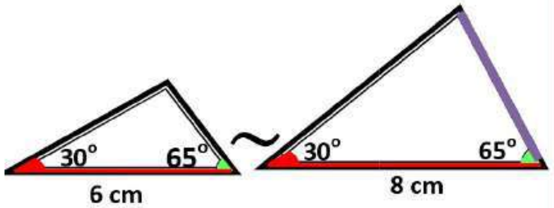
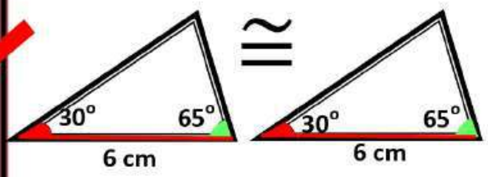
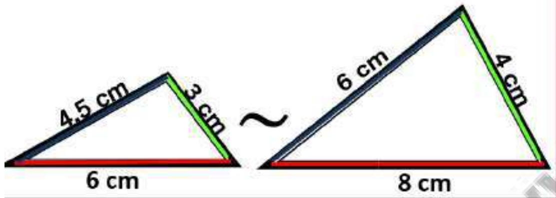
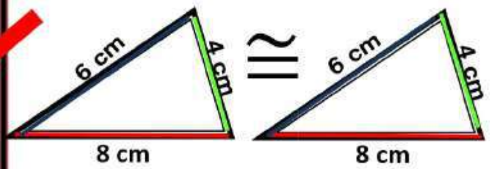
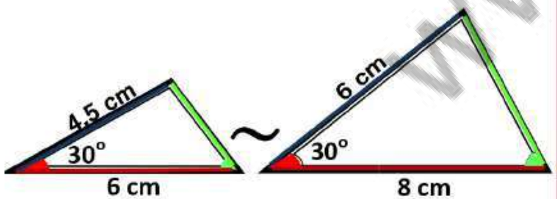
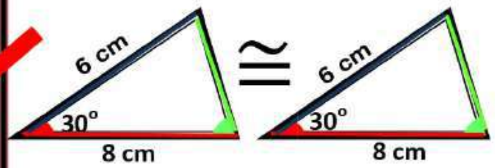


APEX CLASSES
A family of learning
www.theapexclasses.com

APEX CLASSES
A family of learning

सर्वांगसमता तथा समरूपता की कसौटीयाँ

यह चार्ट सर्वांगसमता तथा समरूपता की कसौटीयाँ समझने में उपयोगी है

समरूपता		कसौटीयाँ		सर्वांगसमता
	✔	**को – को (AA)** समरूपता सिद्ध करने के लिए किसी दो त्रिभुजों के केवल दो संगत कोणों का सर्वांगसम होना पर्याप्त है परन्तु सर्वांगसमता सिद्ध करने के लिए भुजा का समावेश अनिवार्य है	✘	**लागू नहीं**
	✔	**को - भु - को (ASA) / (AAS/SAA)** दो सर्वांगसम कोणों के साथ एक भुजा का सर्वांगसम होना या समान अनुपात में होना दो त्रिभुजों की सर्वांगसमता या समरूपता सिद्ध करने के लिए पर्याप्त है	✔	
	✔	**भु - भु - भु (SSS)** तीन संगत भुजाओं का सर्वांगसम होना या समान अनुपात में होना दो त्रिभुजों की सर्वांगसमता या समरूपता सिद्ध करने के लिए पर्याप्त है	✔	
	✔	**भु - को - भु (SAS)** दो संगत भुजाओं के बीच एक कोण की सर्वांगसमता या संगत भुजाओं का अनुपात में होना, दोनों त्रिभुजों को सर्वांगसम या समरूप बनाता है	✔	

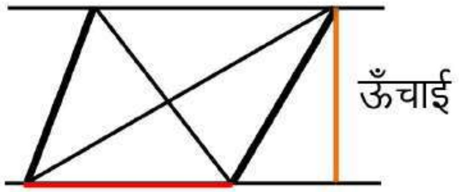
www.theapexclasses.com

APEX CLASSES
A family of learning

समानुपात का मूलभूत प्रमेय

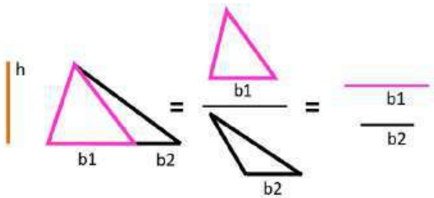
इन गुणधर्मों का उपयोग करके समानुपात का मूलभूत प्रमेय सिद्ध करें।

पहला गुणधर्म



दो समांतर रेखाओं के बीच बनाए गए सामान आधार वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल समान होता है।

दूसरा गुणधर्म



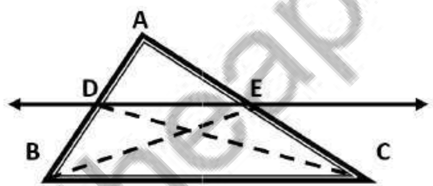
समान ऊंचाई वाले त्रिभुज के क्षेत्रफल का अनुपात उनके आधार के अनुपात के बराबर होता है

प्रमेय :

दत्य : DE ∥ BC

साध्य : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

उपपत्ती :



पहला चरण

$\frac{A(\triangle ADE)}{A(\triangle BDE)} = \frac{AD}{DB}$ .... (1)

[समान ऊचाई वाले त्रिभुज]

दूसरा चरण

$\frac{A(\triangle ADE)}{A(\triangle CDE)} = \frac{AE}{EC}$ .... (2)

[समान ऊचाई वाले त्रिभुज]

तीसरा चरण

$A(\triangle BDE) = A(\triangle CDE)$ .... (3)

[समन ऊचाई तथा आधारवाले त्रिभुज]

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

{ समीकरण ....(1),(2) और (3) से }

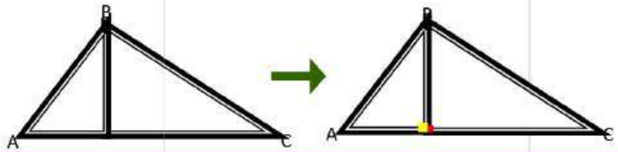
पायथागोरस प्रमेय

प्रमेय : समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है

दत्य : $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है

साध्य : (कर्ण)^2 = (पहली भुजा)^2 + (दूसरी भुजा)^2

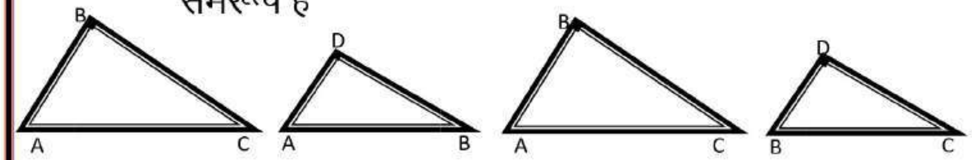
$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$



रचना:

भुजा AC पर रेखा BD लंब खींचा।

उपपत्ती : हम यह सिद्ध करेंगे की, नए बने समकोण त्रिभुज$\triangle$ ABC के समरूप है



$\triangle ABC$ और $\triangle ADB$ में

$\angle A$ सामान्य कोण है।

$\angle B = \angle D = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADB$

$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DB} = \frac{AC}{AB}$

$AB^2 = AD \times AC$ .... (1)

$\triangle ABC$ और $\triangle BDC$ में

$\angle C$ सामान्य कोण है।

$\angle B = \angle D = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BDC$

$\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC}$

$BC^2 = DC \times AC$ .... (2)

समीकरण (1) और (2) जोड़ने पर

$AB^2 + BC^2$

$= AD \times AC + DC \times AC$

$= AC\,(AD+DC)$

$= AC \times AC$

$= AC^2$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$

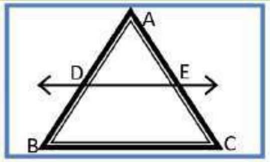
www.theapexclasses.com

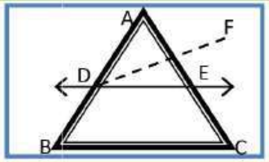
समानुपात का मूलभूत परिमेय का विलोम

यदि कोई रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है, तो वह रेखा उस त्रिभुज की तीसरी भुजा के समांतर होती है

दत्य : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

साध्य : DE ∥ BC





उपपत्ती माना रेखा l भुजा BC के समांतर नहीं है| अतः बिंदु D से भुजा BC के समांतर रेखा खींची जा सकती है| माना वह रेखा भुजा A को बिंदु F पर प्रतिच्छेदित करती है

$\triangle$ ABCमें, रेखा DF ∥ भुजा BC

अतः $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ समानुपात का मुलभुत प्रमेय ....(1)

किन्तु $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ .... (दत्य) .... (2)

समीकरण 1 व 2 से

$\frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EC}$ .... (3)

किन्तु AF = AC − FC तथा
AE = AC − EC .... (4)

सममीकरण 3 व 4 से

$\frac{AC-FC}{FC} = \frac{AC-EC}{EC}$

$\frac{AC}{FC} - 1 = \frac{AC}{EC} - 1$

$\frac{AC}{FC} = \frac{AC}{EC}$

$\boxed{FC = EC}$ .... (5)

∵ बिंदु F और E, बिंदु A तथा C के बीच में है|

∴ F और E, भिन्न न होकर पर एक ही बिंदु है|

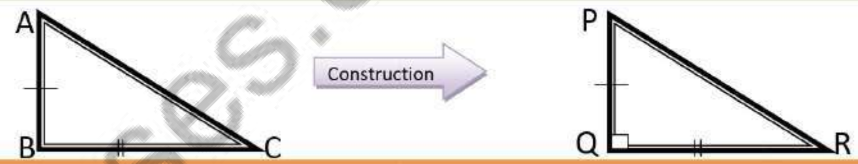
∴ रेखा DF तथा DE एक ही देखा है|

∴ रेखा DF ∥ भुजा BC अर्थात रेखा DE ∥ भुजा BC

∴ रेखा DE ∥ BC अतः परिमेय सिद्ध हुआ

पाइथागोरस प्रमेय का विलोम

यदि किसी त्रिभुज में एक भुजा का वर्ग उसी त्रिभुज के अन्य दो भुजाओं के वर्गो के योगफल के बराबर हो तो उस भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है



दत्य : $\triangle$ ABC में, $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\triangle$ ABC यह एक समकोण त्रिभुज है|

रचना : $\triangle$PQR की रचना की|

तथा PQ = AB और QR = BC

उपपत्ती : $\triangle$PQR में, $\angle Q = 90^0$

$PQ^2 + QR^2 = PR^2$ ....(पाइथागोरस प्रमेय)

या AB2 + BC2 = PR2 ......(रचना)......(1)

किन्तु AB2 + BC2 AC2 ......(दत्य) ....(2)

समीकरण (1) व (2) से हमें प्राप्त होता है|

PR^2 = AC2 अर्थात PR = AC ....(3)

$\triangle$PQR तथा $\triangle$ABC में

PQ = AB ....(रचना)

QR = BC ....(रचना)

AC = PR .... (समीकरण 3 से)

∴ $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ...... (सर्वांगसमता की भु - भु - भु कसौटी)

∴ $\angle B = \angle Q$ .... (सर्वांगसमता त्रिभुजों के संगत कोण)

किन्तु $\angle Q$ 90^0 (रचना से)

$\angle B = 90^0$

इस प्रकार, $\triangle$ABC एक समकोण त्रिभुज है, तथा कोण B यह 90^0 का है

www.theapexclasses.com

APEX CLASSES
A family of learning

यदि किसी त्रिभुज की भुजाएं किसी दूसरे त्रिभुज की संगत भुजाओं से दुगनी है, तो क्या उस त्रिभुज का क्षेत्रफल भी दुगना होता है

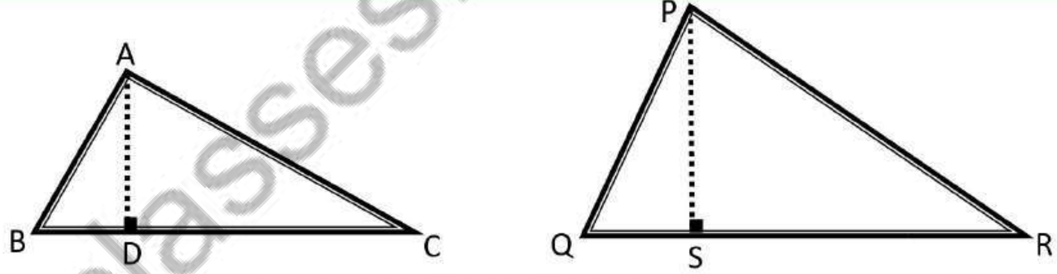
प्रमेय : दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है

दत्य :

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

साध्य :

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$$



उपपत्ती :

(पहला पायदान)

$$A(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

$$A(\Delta PQR) = \frac{1}{2} \times QR \times PS$$

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{BC}{QR} = \frac{AD}{PS} \quad ....(1)$$

यदि हम सिद्ध करते है की ,

$$\frac{BC}{QR} = \frac{AB}{PQ} \text{ और } \frac{AD}{PS} = \frac{AB}{PQ}$$

तो हमें आपेक्षित प्रमाण मिल सकता है

(दूसरा पायदान)

$\because \Delta ABC \sim \Delta PQR$

इसलिए

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \quad ....(2)$$

(तीसरा पायदान)

$\Delta ABC \sim \Delta PQR \quad \frac{AD}{PS} = \frac{AB}{PQ}$

$\therefore \Delta ABC$ और ΔPQR में

$\therefore \angle ABD \cong \angle PQS$ .... (दत्य)

$\therefore \angle ADB \cong \angle PSQ$ .... (हर एक 90°)

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ .... (A-A)

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QS} = \frac{AD}{PS} \quad ....(3)$$

सममीकरण (1), (2) व (3) से,

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2}$$

$\because \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$ सममीकरण (2) से

तो हम सिद्ध करते हैं की ,

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$$

www.theapexclasses.com

त्रिभुज

कृपया ध्यान रखें

☞ त्रिभुज के मौलिक गुणधर्म : एक त्रिभुज का निर्माण उन तीन भुजाओं से या रेखाखंडों से किया जा सकता है जिसकी दो छोटी भुजाओं का योग सबसे बड़ी भुजा से बड़ा होता है

☞ समरूप त्रिभुज के क्षेत्रफल समान हो सकते हैं क्योंकि सर्वांगसम त्रिभुज भी समरूप कहलाते हैं

☞ क्रम की महत्वता : जब दो त्रिभुज समरूप दिए गए हो,
जैसे $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ तो $\angle A$ तथा $\angle P$, $\angle B$ तथा $\angle Q$ उसी प्रकार $\angle C$ तथा $\angle R$ सर्वांगसम होंगे अथवा समरूप त्रिभुजों के नाम उनके गुणों की सर्वांगसमता या भुजाओं के अनुपात के क्रम में ही लिखना चाहिए

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

☞ आकति के नामांकन बायीं से दायीं या दायीं से बायीं ओर होना चाहिए

☞ दो त्रिभुजों को समरूप सिद्ध करने के लिए संगत कोणों को सर्वांगसम या समानुपात में दर्शाए

☞ जब दो त्रिभुजों की संगत भुजाओं में समान अंतर हो तो उनके क्षेत्रफल में
बराबर फर्क प्राप्त होता है। जैसे, अगर भुजाएं तिगुनी हो तो क्षेत्रफल 9 गुना होगा

☞ परंत परिणीति में यह अंतर भजाओं के बराबर ही होता है

☞ संगत भुजाएं या कोणों को सर्वांगसम सिद्ध करने के लिए उन दो भुजाओं क
उन भजाओं या कोणों का समावेश हो।

☞ यह है पाइथागोरस का परिमेय

$$(\text{कर्ण})^2 = (\text{पहली भजा})^2 + (\text{दसरी भजा})^2$$

www.theapexclasses.com