2.2 बहुपद के शून्यांको का ज्यामितिय अर्थ:

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि α, β किसी द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यक हों तो $\alpha^2 + \beta^2$ का मान ज्ञात करें।

उत्तर:- अगर दो शून्यक α और β हों तो

$\pm+^2 = \frac{-b}{a}$ और $\pm.^2 = \frac{c}{a}$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha \cdot \beta$$

$$= \left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2 \times \frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$

2. द्विघात बहुपद $x^2 - 2x - 8$ के शून्यकों को ज्ञात कीजिए।

उत्तर:- अगर दो शून्यक α और β है।

तो $\alpha + \beta = 2$

$$\alpha \cdot \beta = -8$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (2)^2 - 4 \times (-8) = 4 + 32 = 36$$

$$\therefore \alpha - \beta = \sqrt{36} = 6 \qquad \alpha + \beta = 2$$

$$\frac{\alpha - \beta = 6}{2\alpha \quad = 6}$$

$$\therefore \alpha = \frac{8}{2} = 4$$

$$\because \alpha + \beta = 2$$

$$4 + \beta = 2$$

notesstreet.in

$$\therefore \beta = 2 - 4 = -2$$

3. बहुपद $6x^2 - 3 - 7x$ के शून्यक ज्ञात करें तथा इसके शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध की सत्यता की जाँच करें।

उत्तर:- $p(x) = 6x^2 - 7x - 3 = 6x^2 - 9x + 2x - 3$

$$= 3x(2x-3) + 1(2x-3) = (2x-3)(3x+1)$$

अगर $p(x) = 0 \therefore (2x - 3)(3x + 1) = 0$

$\therefore 2x - 3 = 0 \therefore x = -\frac{1}{2}$

फिर $3x + 1 = 0 \therefore x = -\frac{1}{2}$

$6x^2 - 7x - 3$ के दो शून्यक $\frac{3}{2}$ और $-\frac{3}{2}$ है।

'शून्यकों का योग $= \frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{9-2}{6} = \frac{+7}{6}$

$$= \frac{(-7)}{6} = -\frac{x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

शून्यकों के गुणनफल $= \frac{3}{2} \times \left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{-3}{6} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

4. यदि बहुपद $p(x) = x^2 + x + 1$ का शून्यक α तथा β है तो $\alpha^2 + \beta^2$ का मान ज्ञात करें।

उत्तर:- $p(x) = x^2 + x + 1$

$$\alpha + \beta = -1$$

$$\alpha\beta = 1$$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha.\beta$

notesstreet.in

$= (-1)^2 - 2 \times 1 = 1 - 2 = -1$

अतः $\alpha^2 + \beta^2$

5. द्विघात बहुपद ज्ञात करें जिनके शून्यकों के योग 4 तथा गुणनफल 3 है।

उत्तर:- मान लिया कि द्विघात बहुपद के दो शून्यक α, β है।

∴ बहुपद = $x^2 - (\alpha + \beta) + \alpha\beta = x^2 - 4x + 3$

6. बहुपद $4x^2 - 9$ का शून्यक ज्ञात कीजिए।

उत्तर:- मान लिया कि p(x) = $4x^2 - 9$

$= (2x)^2 - (3)^2 = (2x + 3)(2x - 3)$

p(x) = 0 ∴ (2x + 3) (2x - 3) = 0

∴ 2x + 3 = 0 ∴ x= $\frac{3}{2}$

फिर 2x - 3 = 0 ∴ x = $\frac{3}{2}$

अतः बहुपद $4x^2 - 9$ के दो शून्यक $\frac{-3}{2}$ और $\frac{3}{2}$ है।

7. यदि α, β बहुपद p(x) = $2x^2 - 11x + 15$ के शून्यक हैं तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ का मान ज्ञात करें।

उत्तर:- p(x) = $2x^2 - 11x + 15$

$\alpha + \beta = \frac{11}{2}$

$\alpha . \beta = \frac{15}{2}$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha . \beta} = \frac{11/2}{15/2}$

$= \frac{11}{2} \times \frac{2}{15} = \frac{11}{15}$

notesstreet.in

8. यदि बहुपद $3x^2 + 4x + 2k$ का एक शून्यक - 2 है तो k का मान ज्ञात करें।

उत्तर:- बहुपद के एक शून्यक -2 है।

$\therefore p(-2) = 3(-2)^2 + 4 \times (-2) + 2k$

$= 3 \times 4 - 8 + 2k$

$= 12 - 8 + 2k$

$= 4 + 2k$

$\therefore 4 + 2k = 0$

$\therefore 2k = -4$

$\therefore k = \frac{-4}{2} = -2$

2.3 किसी बहुपद के और गुणांको में संबंध

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. द्विघात बहुपद $2x^2 - 8x + 6$ के शून्यकों का योग और गुणफल ज्ञात करें।

उत्तर:- शून्यकों का योग $= \frac{8}{2} = 4$

शून्यकों का गुणफल $= \frac{6}{2} = 3$

notesstreet.in