

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

3.3 रैखिक समीकरण युग्म का ग्राफिक विधि से हल

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. समीकरण युग्म $x + 2y = 3$ तथा $4x + 3y = 2$ का ग्राफ खींचें और हल करें।

उत्तर:- $x + 2y = 3$

$$4x + 3y = 2$$

समीकरण (i) से

$$2y = 3$$

$$\therefore y = \frac{3-x}{2}$$

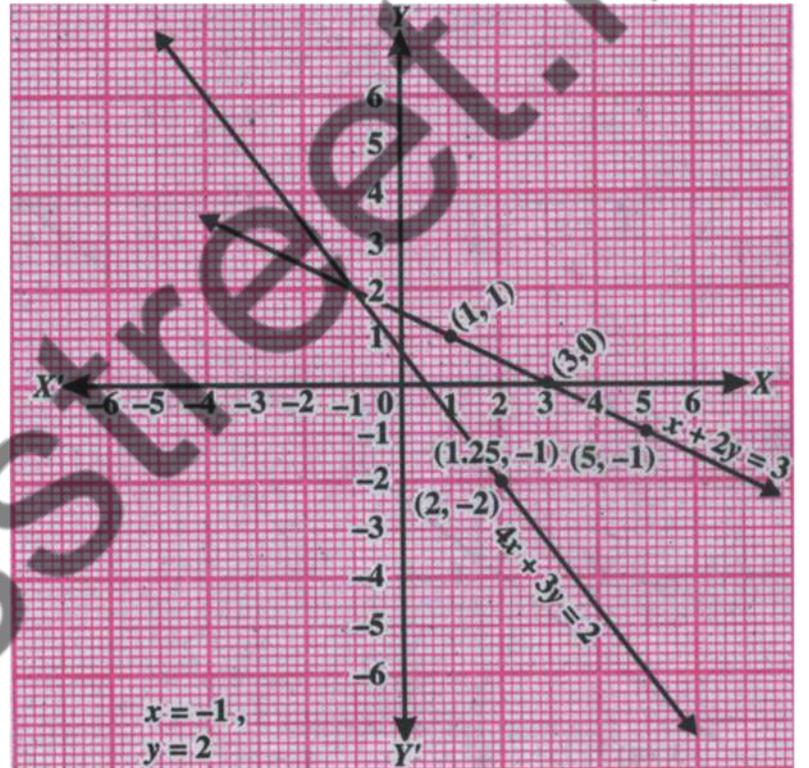
x	1	3	5
y	1	0	-1

समीकरण (ii) से

$$3y = 2 - 4x$$

$$\therefore y = \frac{2-4x}{3}$$

x	0.5	2	1.25
y	0	-2	-1



2. समीकरण युग्म $3x - y = 2$ तथा $9x - 3y = 6$ का ग्राफ खींचें और हल करें।

उत्तर:- $3x - y = 2$

$$9x - 3y = 6$$

समीकरण (i) से

$$y = 3x - 2$$

x	0	1	5
y	-2	1	4

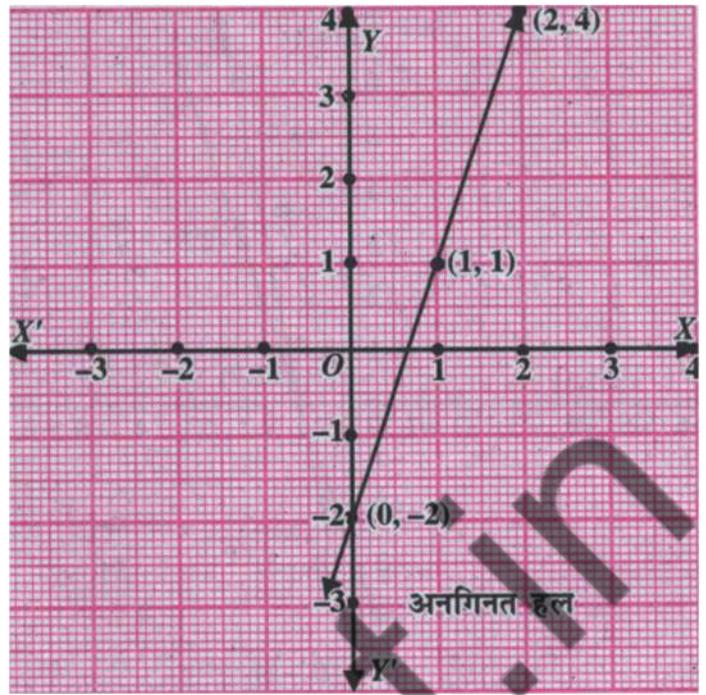
समीकरण (ii) से

$$3y = 9x - 6$$

$$y = 3x - 2$$

x	0	1	2
y	-2	1	4

हल : $x = 2$ तथा $y = 2$



3. ग्राफीय विधि से हल करें

$$x + 3y = 6, 2x - 3y = 12$$

उत्तर:- $x + 3y = 6$

$$2x - 3y = 12$$

समीकरण (i) से $3y = 6 - x$

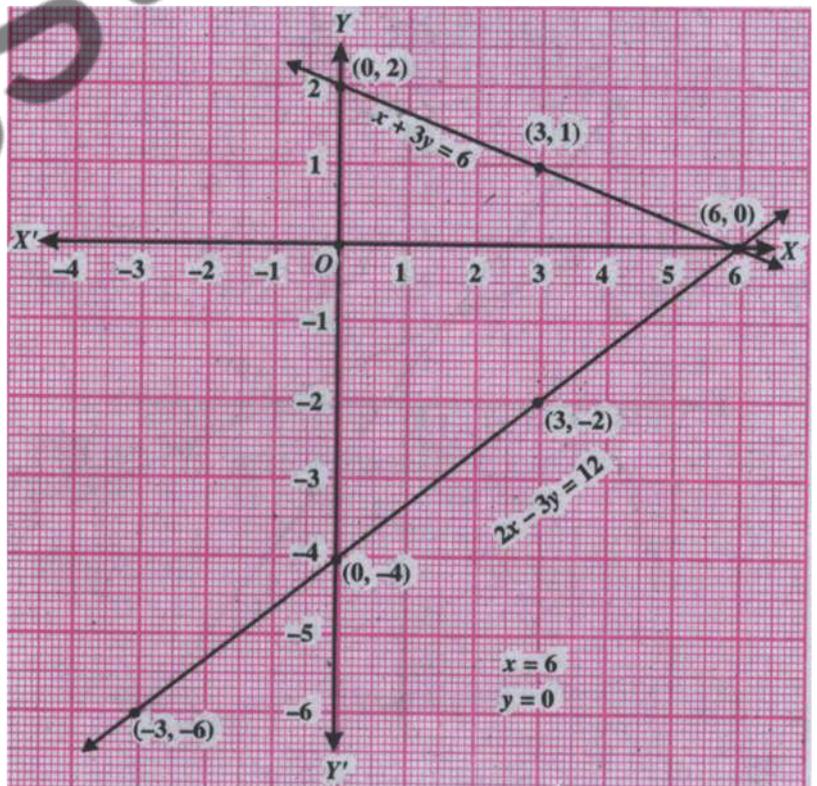
$$\text{या } y = \frac{6-x}{3}$$

X	0	3	6
y	2	1	0

समीकरण (ii) से $3y = 2x - 12$

$$\text{या } y = \frac{2x-12}{3}$$

X	0	3	-3
y	-4	-2	-6



4. ग्राफीय विधि से हल कीजिए : $5x + 6y = 17$ तथा $4x + 5y = 14$

उत्तर:- $5x + 6y = 17$

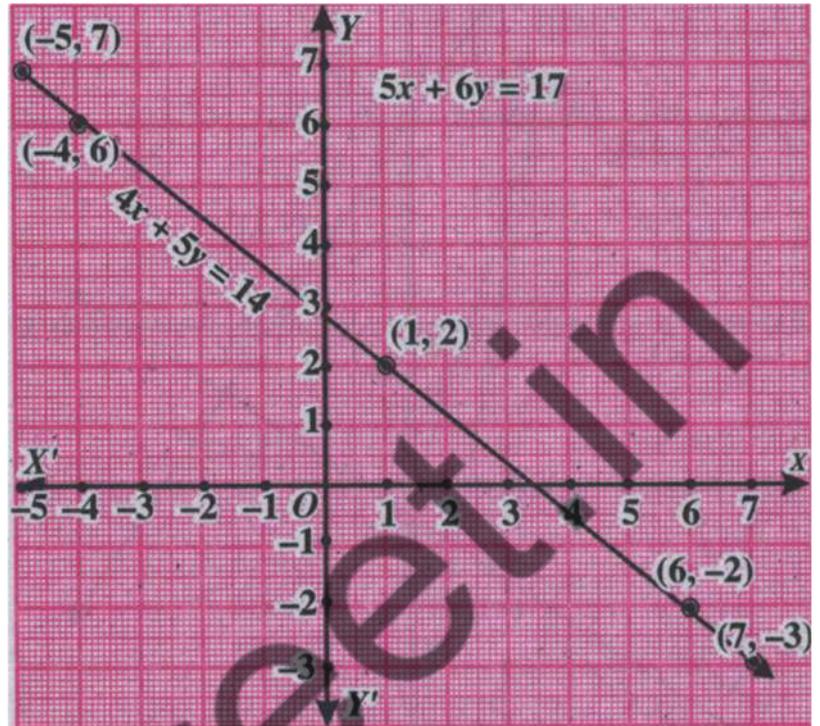
$$4x + 5y = 14$$

समीकरण (i) से $y = \frac{17 - 5x}{6}$

X	1	-5	7
y	2	7	-3

समीकरण (ii) से $y = \frac{14 - 4x}{5}$

X	1	6	-4
y	2	-2	6



हल: $x = 1, y = 2$

5. आलेखीय विधि से हल कीजिए : $4x - 5y = 20$ तथा $3x + 5y = 15$

उत्तर:- $4x - 5y = 20$

$$3x + 5y = 15$$

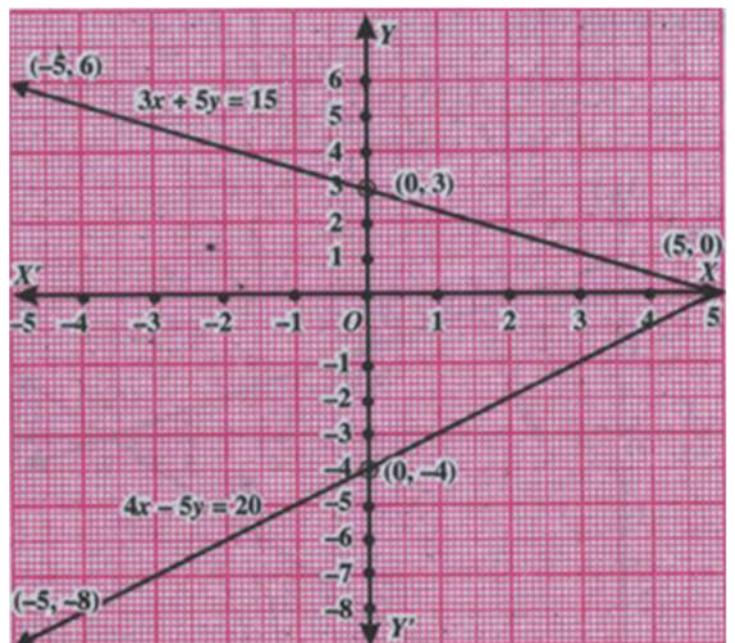
समीकरण (i) से $5y = 4x - 20$

$$\therefore y = \frac{4x - 20}{5}$$

X	0	5	-5
y	-4	0	-8

समीकरण (ii) से $y = \frac{15 - 3x}{5}$

X	0	5	-5
y	3	0	6



6. ग्राफीय विधि से हल करें

$$5x - y - 5 = 0$$

$$3x - y - 3 = 0$$

उत्तर:- समीकरण $5x - y = 5$

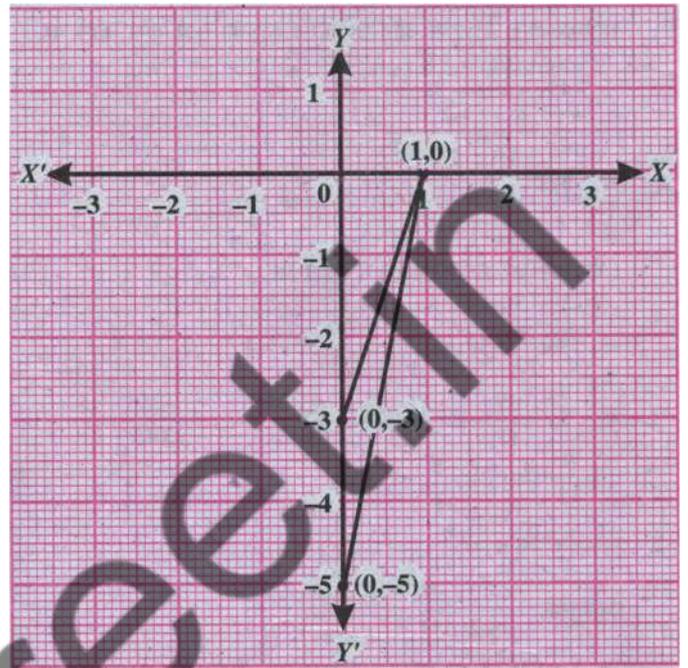
और समीकरण $3x - y = 3$ दिया हुआ है।

समीकरण (i) से $y = 5x - 5$

x	1	0
$y = 5x - 5$	0	-5

समीकरण (ii) से $y = 3x - 3$

x	0	1
$y = 3x - 3$	-3	0



3.4 एक रैखिक समीकरण युग्म को हल करने की बीजगणितीय विधि

प्रतिस्थापि विधि

1. प्रतिस्थापि विधि से निम्न रेखीय समीकरण युग्म को हल करें।

$$8x + 5y = 9, 3x + 2y = 4$$

उत्तर:- $8x + 5y = 9$

$$3x + 2y = 4$$

समीकरण (i) से

$$5y = 9 - 8x$$

$$\therefore y = \frac{9 - 8x}{5}$$

y के मान को समीकरण में प्रतिस्थापन करने पर

$$3x + 2\left(\frac{9-8x}{5}\right) = 4$$

$$\text{या, } 3x + \frac{18-16}{5} = 4$$

$$\text{या, } 15x + 18 - 16x = 4 \times 5 = 20$$

$$\text{या, } -x + 18 = 20$$

$$\text{या, } -x = 20 - 18 = 2$$

$$\therefore x = -2$$

x के मान को समीकरण (ii) को में रखने पर

$$\Rightarrow 3 \times (-2) + 2y = 4$$

$$\Rightarrow -6 + 2y = 4$$

$$\Rightarrow 2y = 4 + 6$$

$$= 10$$

$$\therefore y = \frac{10}{2} = 5$$

अतः $x = -2$ और $y = 5$

2. दो अंको की संख्या के अंको का योग 9 है इस संख्या का 9 गुना संख्या के अंको को पलटने से बनी संख्या का दो गुना है वह संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर:- माना की संख्या के इकाई का अंक x और दहाई का अंक y है

$$\therefore \text{संख्या} = 10y + x$$

प्रश्न से, $x + y = 9$

अब, प्रश्नानुसार $9(10y + x) = 2(10x + y)$

$$\Rightarrow 90y + 9x = 20x + 2y$$

$$\Rightarrow 88y = 11x$$

$$\therefore x = \frac{88y}{11} = 8y$$

$$\therefore x + y = 9$$

$$\therefore 8y + y = 9$$

$$\therefore 9y = 9$$

$$\therefore y = 1$$

अब, $x + y = 9$

$$\therefore x + 1 = 9$$

या $x = 9 - 1 = 8$

$$\text{संख्या} = 10y + x = 10 \times 1 + 8 = 18$$

3. दो संख्याओं का अंतर 26 है और एक संख्या दूसरी की तिन गुनी है उन्हें ज्ञात करे।

उत्तर:- माना की दूसरी संख्या = x

$$\therefore \text{दूसरी संख्या} = 3x$$

प्रश्न से, $3x - x = 26$

$$2x = 26$$

$$\therefore x = \frac{26}{2} = 13$$

अतः पहली संख्या = $3 \times 13 = 39$

दूसरी संख्या = 13

विलोपन विधि

1. किसी भिन्न के हर और अंश में 2 जोड़ने पर वह $\frac{9}{11}$ हो जाता है। यदि हर और अंश दोनों में 3 जोड़ दिया जाए तो वह $\frac{5}{6}$ हो जाता है, भिन्न ज्ञात करे।

उत्तर:- माना की भिन्न = $\frac{x}{y}$

प्रश्नानुसार, $\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$

पुनः $\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$

समीकरण (i) से

$$5(y + 3) = 6(x + 3)$$

$$\Rightarrow y + 3 = \frac{6(x+3)}{5}$$

$$\Rightarrow y = \frac{6(x+3)}{5} - 3 = \frac{6x + 18 - 15}{5} = \frac{6x + 3}{5}$$

$$\Rightarrow 5y = 6x + 3$$

$$\Rightarrow 6x - 5y = -3$$

समीकरण (i) से

$$11x + 22 = 9y + 18$$

$$11x - 9y = 18 - 22 = -4$$

$$6x - 5y = -3$$

समीकरण (ii) को 6 से और (i) को 11 से गुणा करने पर,

$$66x - 54y = -24$$

$$66x - 55y = -33$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad + \\ \hline y = 9 \end{array}$$

y के मान को समीकरण (i) में रखने पर

$$6x + 5 \times 9 = -3$$

$$6x - 45 = -3$$

$$6x = -3 + 45 = 42$$

$$\therefore x = \frac{42}{6} = 7 \therefore \text{भिन्न} = \frac{x}{y} = \frac{7}{9}$$

वज्रगुणन विधि

1. समीकरण निकाय $2x + y = 5$ और $3x + 2y = 8$ को वज्रगुणन विधि से हल करें।

उत्तर:- $a_1 = 2, b_1 = 1, c_1 = -5$

$$a_2 = 3, b_2 = 2, c_2 = 8$$

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{1 \times (-8) - 2(-5)}{2 \times 2 - 3 \times 1} = \frac{-8 + 10}{4 - 3} = \frac{2}{1} = 2$$

$$x = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{-5(3) - (-8) \times 2}{(2 \times 2) - (3 \times 1)} = \frac{-15 + 16}{4 - 3} = \frac{1}{1} = 1$$

$$x = 2, \quad y = 1$$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. निशा धारा के अनुकूल 2 घंटे में 20km तैर सकती है और धारा के प्रतिकूल 2 घंटे में 4 km तैर सकती है। उसकी स्थिर जल में तैरने की चाल तथा धारा की चाल ज्ञात करें।

उत्तर:- स्थिर जल में तैरने की चाल = x km/h

धारा की चाल = y km/h

प्रश्नानुसार निशा धारा के अनुकूल 20 km तैरती है।

\therefore धारा के अनुकूल निशा की चाल = $(x + y)$ km/h

धारा के प्रतिकूल निशा की चाल = $(x - y)$ km/h समय 2 घंटे लगते हैं।

$$\therefore 2(x + y) = 20$$

$$\therefore x + y = 10$$

फिर $2(x - y) = 4$

$$\therefore x - y = 2$$

अब $x + y = 10$

$$x - y = 2$$

$$\therefore 2x = 12$$

$$\therefore \frac{12}{2} = 6$$

फिर $x + y = 10$

$$6 + y = 10$$

$$\therefore y = 10 - 6 = 4 \text{ km/h}$$

निशा की चाल = 6 km/h

धारा की चाल = 4 km/h

2. एक भिन्न $\frac{1}{3}$ हो जाती है, जब उसके अंश से 1 घटाया जाता है और वह $\frac{1}{4}$ हो जाती है, जब हर में 8 जोड़ दिया जाता है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए।

उत्तर:- मान लिया की भिन्न = $\frac{x}{y}$

$$\text{प्रश्नानुसार, } \frac{x-1}{y} = \frac{1}{3}$$

$$3x - 3 = y \quad \text{या, } 4x - y = 8$$

$$\text{फिर } \frac{x}{y+8} = \frac{1}{4}$$

$$4x = y + 8 \quad \text{या, } 4x - y = 8$$

समीकरण (i) में से (ii) को घटाने पर

$$3x - y = 3$$

$$\text{या, } 3 \times 5 - y = 3 \quad \text{या, } 15 - y = 3 \quad \therefore y = 15 - 3 = 12$$

$$\text{अभीष्ट संख्या} = \frac{x}{y} = \frac{5}{12}$$