

निर्देशांक ज्यामिति

7.2 दूरी सूत्र

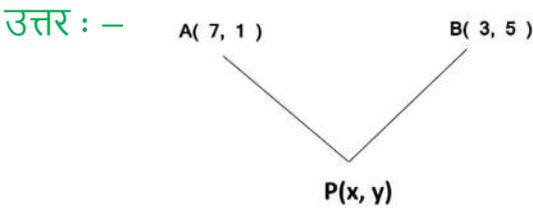
लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. एक ΔABC के शीर्ष बिंदु $A(-3,0)$, $B(5,-2)$, $C(-8,5)$ हैं। इस त्रिभुज के केन्द्रक ज्ञात कीजिए।

उत्तर : - त्रिभुज के अभीष्ट केन्द्रक $= \left(\frac{-3+5+(-8)}{3}, \frac{0+(-2)+5}{3} \right)$
 $= \left(\frac{-3+5+(-8)}{3}, \frac{-2+5}{3} \right) = \left(\frac{-6}{3}, \frac{3}{3} \right) = -2, 1$

ΔABC के केन्द्रक $(-2, 1)$ है।

प्रश्न 2. x और y में एक सम्बन्ध स्थापित करें यदि बिंदु (x, y) , $(7, 1)$ तथा $(3, 5)$ समदूरस्थ हैं।



$$PA^2 = (x - 7)^2 + (y - 1)^2$$
$$= 49 + x^2 - 14x + y^2 - 2y + 1 = x^2 + y^2 - 14x - 2y + 50$$

$$PB^2 = (x - 3)^2 + (y - 5)^2$$
$$= x^2 - 6x + 9 + y^2 - 10y + 25$$
$$= x^2 + y^2 - 6x - 10y + 34$$

$$\therefore PA = PB$$

$$\therefore PA^2 = PB^2$$

$$\therefore X^2 + Y^2 - 14X - 2Y + 50 = X^2 + Y^2 - 6X - 10Y + 34$$

$$\text{या } -14X - 2Y + 6X + 10Y = 34 - 50$$

$$-8X + 8Y = -16$$

$$-8(X - Y) = -16$$

$$\therefore X - Y = \frac{-16}{-8} = 2$$

$$\therefore X - Y = 2$$

प्रश्न 3. दूरी सूत्र का प्रयोग कर दर्शाइए कि बिन्दुएँ $(-2, 5)$, $(0, 1)$ तथा $(2, -3)$ संरेखि है।

उत्तर : $- A(-2,5), B(0,1), C(2, -3)$

$$AB^2 = (-2 - 0)^2 + (5 - 1)^2 = (-2)^2 + (4)^2 = 4 + 16 = 20$$

$$AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ एकांक}$$

$$BC^2 = (0 - 2)^2 + (1 + 3)^2 = (-2)^2 + (4)^2 = 4 + 16 = 20$$

$$\therefore BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ एकांक}$$

$$AC^2 = (-2 - 2)^2 + (5 + 3)^2 = (-4)^2 + (8)^2 = 16 + 64 = 80$$

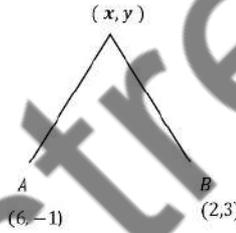
$$\therefore AC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ एकांक}$$

स्पष्ट है कि $AB + BC = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5} = AC$

अतः तीनों बिन्दुएँ संरेखि है।

प्रश्न 4. यदि बिन्दु (x,y) बिन्दुओं $(6, -1)$ और $(2, 3)$ से समदूरस्थ है तो सिद्ध करें $x-y=3$

उत्तर : -



$$PA^2 = (x - 6)^2 + (y + 1)^2 = x^2 - 12x + 36 + y^2 + 2y + 1$$

$$= x^2 + y^2 - 12x + 2y + 37$$

$$PB^2 = (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9$$

$$= x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13$$

$$\therefore PA = PB \therefore PA^2 = PB^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12x + 2y + 37 = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13$$

$$\text{या } -12x + 4x + 2y + 6y = 13 - 37$$

$$-8x + 8y = -24$$

$$\text{या } -x + y = -3$$

$$\text{या } x - y = 3 \text{ सबित हुआ।}$$

प्रश्न 5. यदि बिन्दु $A(0, 2)$ बिन्दुओं $B(3, a)$ तथा $C(a, 5)$ से समदूरस्थ है तो a का मान ज्ञात करें।

उत्तर : $- A(0,2)B(3,a)C(a,5)$

$$AB^2 = (3 - 0)^2 + (2 - a)^2 = 9 + 4 - 4a + a^2 = 13 - 4a + a^2$$

$$AC^2 = (0 - a)^2 + (2 - 5)^2 = a^2 + (-3)^2 = a^2 + 9$$

$$\therefore AB = AC$$

$$\therefore AB^2 = AC^2$$

$$a^2 + 9 = a^2 - 4a + 13$$

$$9 = -4a + 13$$

$$9 - 13 = -4a$$

$$\text{या } -4a = -4$$

$$\therefore a = \frac{-4}{-4} = 1$$

$$a \text{ का मान } = 1$$

प्रश्न 6. बिन्दुओं (5, -8) तथा (-7, -3) के बीच की दूरी ज्ञात करें।

$$\begin{aligned} \text{उत्तर : - अभीष्ट दूरी} &= \sqrt{(5 + 7)^2 + (-8 + 3)^2} \\ &= \sqrt{(12)^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$

प्रश्न 7. y के किस मान के लिए बिन्दु (2, -3) तथा (10, y) के बीच की दूरी 10 इकाई होगी।

$$\begin{aligned} \text{उत्तर : - } PQ &= \sqrt{(10 - 2)^2 + (y + 3)^2} = \sqrt{(8)^2 + (y + 3)^2} = \sqrt{64 + (y + 3)^2} \\ 10 &= \sqrt{64 + (y + 3)^2} \quad \therefore 100 = 64 + (y + 3)^2 \\ \therefore (y + 3)^2 &= 100 - 64 = 36 \\ \therefore y + 3 &= \pm\sqrt{36} = \pm 6 \quad \therefore y = 6 - 3 = 3 \\ \text{या, } y &= -6 - 3 = -9 \quad \therefore \text{का मान } -9, \text{ और } 3 \text{ है।} \end{aligned}$$

प्रश्न 8. यदि बिन्दु (3, K) तथा (k, 5) से बिन्दु (0, 2) से दूरियाँ समान हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर : - मान लिया कि बिंदु P(0, 2) है।

और A(3, K) तथा B(k, 5) है।

$$\therefore PA^2 = (3 - 0)^2 + (K - 2)^2 = 9 + K^2 - 4K + 4 = K^2 - 4K + 13$$

$$PB^2 = (k - 0)^2 + (5 - 2)^2 = K^2 + (3)^2 = K^2 + 9$$

$$\text{प्रश्नानुसार } PA = PB \quad \therefore PA^2 = PB^2$$

$$K^2 - 4K + 13 = K^2 + 9$$

$$\Rightarrow -4K = 9 - 13$$

$$\Rightarrow -4K = -4$$

$$\therefore K = \frac{-4}{-4} = 1$$

$$\text{अतः } k \text{ का मान } = 1$$

प्रश्न 9. बिंदुओं $(a\cos\theta, 0)$ तथा $(0, a\sin\theta)$ के बीच की दूरी निकालें।

उत्तर : – दो बिन्दुएँ जिनके निर्देशांक क्रमशः $(a\cos\theta, 0)$ और $(0, a\sin\theta)$ हैं।

$$\begin{aligned}\text{इनके बीच की दूरी} &= \sqrt{(a\cos\theta - 0)^2 + (0 - a\sin\theta)^2} \\ &= \sqrt{a^2\cos^2\theta + a^2\sin^2\theta} \\ &= a\sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta} \\ &= a\sqrt{1} = a\end{aligned}$$

बीच की दूरी = a

प्रश्न 10. उस त्रिभुज का केन्द्रक निकालें जिनके शीर्ष $(3, -5)$, $(-7, 4)$ तथा $(10, -2)$ हैं।

उत्तर : – यहाँ $x_1 = 3, y_1 = -5$

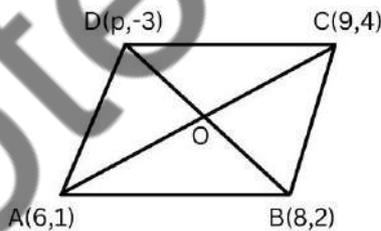
$$x_2 = -7, y_2 = 4$$

$$x_3 = 10, y_3 = -2$$

$$\begin{aligned}\text{केन्द्रक का नियामक} &\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right) \\ &= \left(\frac{3-7+10}{3}, \frac{-5+4-2}{3}\right) = \left(\frac{6}{3}, \frac{-3}{3}\right) = (2, -1)\end{aligned}$$

प्रश्न 11. यदि बिन्दु $A(6, 1)$, $B(8, 2)$, $C(9, 4)$ और $D(p, -3)$ एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष इसी क्रम में हो तो p के मान ज्ञात करें।

उत्तर: – O बिंदु पर विकर्ण AC और विकर्ण BD समद्विभाजक होते हैं।



$$\text{अतः } O \text{ का निर्देशांक} = \frac{a+6}{2}, \frac{4+1}{2} \text{ या } \left(\frac{15}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

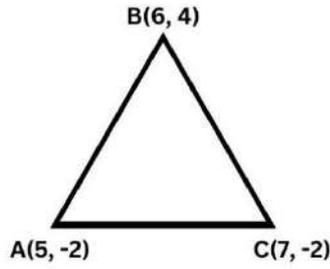
$$\text{फिर } O \text{ का निर्देशांक} = \frac{8+p}{2}, \frac{2-3}{2} = \frac{8+p}{2}, \frac{1}{2}$$

$$\text{स्पष्ट है कि } \frac{8+p}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\therefore 8 + p = 15 \quad \therefore p = 15 - 8 = 7$$

प्रश्न 12. सिद्ध कीजिए कि बिन्दुएँ (5,-2) (6, 4) और (7,-2) एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

उत्तर: –



$$AB = \sqrt{(5-6)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$$

$$BC = \sqrt{(7-6)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{(1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$$

$$AC = \sqrt{(7-5)^2 + (-2+2)^2} = \sqrt{2^2 + 0^2} = \sqrt{4} = 2$$

स्पष्ट है कि $AB = BC$ अतः ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

प्रश्न 13. बिंदु (4, 5) तथा (-3, 2) के बीच की दूरी ज्ञात करें।

उत्तर: – अभीष्ट दूरी = $\sqrt{(4+3)^2 + (5-2)^2}$
 $= \sqrt{(7)^2 + (3)^2} = \sqrt{49+9} = \sqrt{58}$ इकाई

प्रश्न 14. एक त्रिभुज के शीर्ष के निर्देशांक क्रमशः (5, 0) (3, 2) एवं (4, 7) इकाई है तो त्रिभुज के केंद्रक का निर्देशांक ज्ञात करें।

उत्तर : –

$$\text{केन्द्रक का निर्देशांक} \left(\frac{5+3+4}{3}, \frac{0+2+7}{3} \right) = \left(\frac{12}{3}, \frac{9}{3} \right) = (4,3)$$

प्रश्न 15. x और y में संबंध स्थापित करें जबकी बिंदु (x, y) बिंदुओं (3,6) और (-3, 4) से संबंध है

उत्तर : –

$$A(x, y), B(3,6)C(-3,4)$$

$$AB = \sqrt{(x-3)^2 + (y-6)^2} = \sqrt{x^2 - 6x + 9 + y^2 - 12y + 36}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 12y + 45}$$

$$AC = \sqrt{(x+3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16}$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25}$$

$$\therefore AB = AC$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 12y + 45} = \sqrt{x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$x^2 + y^2 - 6x - 12y + 45 = x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25$$

$$-6x - 12y - 6x + 8y = 25 - 45$$

$$-12x - 4y = -20$$

$$\therefore -4(3x + y) = -20$$

$$\text{या, } 3x + y = \frac{-20}{-4} = 5$$

$$\text{अतः } 3x + y = 5$$

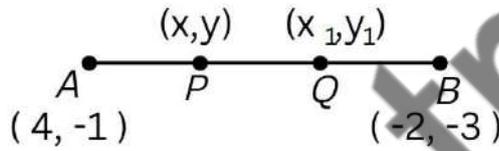
$$\text{या, } 3x + y - 5 = 0$$

7.3 विभाजन सूत्र

लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. बिन्दुओं $(4, -1)$ और $(-2, -3)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक निकालें।

उत्तर : -



मान लिया कि P बिंदु के निर्देशांक (x, y) और Q बिंदु के निर्देशांक (x_1, y_1) है

$$x = \frac{1 \times (-2) + 2 \times 4}{1 + 2} = \frac{-2 + 8}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$y = \frac{1 \times (-3) + 2(-1)}{1 + 2} = \frac{-3 - 2}{3} = \frac{-5}{3}$$

P के निर्देशांक $(2, \frac{-5}{3})$ है।

$$x_1 = \frac{2 + (-2)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$y_1 = \frac{\frac{-5}{3} + (-3)}{2} = \frac{\frac{-5}{3} - \frac{3}{1}}{2} = \frac{-5 - 9}{3 \times 2} = \frac{-14}{6} = \frac{-7}{3}$$

Q बिंदु के निर्देशांक $(0, \frac{-7}{3})$

प्रश्न 2. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करें, जो बिन्दुओं $(-1, 7)$ तथा $(4, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को $2 : 3$ के अनुपात में विभाजित करता है।

उत्तर :-

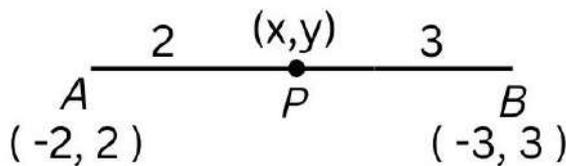
$$\text{यह } k = \frac{2}{3}, x = \frac{kx_2 + x_1}{k + 1} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 4 + (-1)}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{\frac{8}{3} - 1}{\frac{5}{3}} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = 1$$

$$y = \frac{ky_2 + y_1}{k + 1} = \frac{\frac{2}{3}(-3) + 7}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{-2 + 7}{\frac{5}{3}} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$$

अतः उस बिंदु का निर्देशांक (1,3) है।

प्रश्न 3. उस बिंदु का निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिंदुओं (-2,2) और (-3,3) को मिलाने वाली रेखाखण्ड को 2 : 3 के अनुपात में विभाजित करती है।

उत्तर :-



AB रेखा P बिंदु पर 2:3 के अनुपात में विभाजित होता है। P का नियामक (x, y) है।

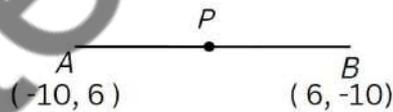
$$x = \frac{2 \times -3 + 3 \times 2}{2 + 3} = \frac{-6 + 6}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

$$y = \frac{2 \times 3 + 3 \times 2}{2 + 3} = \frac{12}{5}$$

अतः बिंदु P के निर्देशांक $(0, \frac{12}{5})$

प्रश्न 4. बिंदुओं (-10, 6) तथा (6, -10) को मिलाने वाली रेखा के मध्यबिन्दु का निर्देशांक है।

उत्तर :-



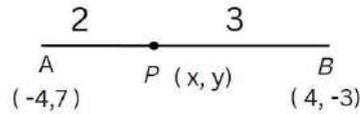
मध्यबिन्दु P के निर्देशांक $(\frac{-10 + 6}{2}, \frac{6 + (-10)}{2})$

$$(\frac{-4}{2}, \frac{4}{2}) = (-2, -2)$$

p के निर्देशांक (-2, -2) है।

प्रश्न 5. उस बिंदु का निर्देशांक ज्ञात किजिए जो बिंदु $(-4, 7)$ और $(4, -3)$ को मिलाने वाली रेखाखंड को 2:3 के अनुपात में विभाजित करती है

उत्तर : -



$$x_1 = -4, y_1 = 7$$

$$x_2 = 4, y_2 = -3$$

$$k = \frac{2}{3}$$

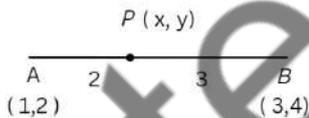
$$x = \frac{kx_2 + x_1}{k+1} = \frac{\frac{2}{3} \times 4 + (-4)}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{\frac{8}{3} - 4}{\frac{5}{3}} = \frac{-4}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{-4}{5}$$

$$y = \frac{ky_2 + y_1}{k+1} = \frac{\frac{2}{3} \times (-3) + 7}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{-2 + 7}{\frac{5}{3}} = \frac{5}{5} = 1$$

आत: P बिंदु का निर्देशांक $(-\frac{4}{5}, 1)$

प्रश्न 6. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात करे जो बिन्दुओ $(1, 2)$ और $(3, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को 2:3 के अनुपात में आन्तरिकत विभाजित करता है

उत्तर : -



$$x = \frac{2 \times 3 + 3 \times 1}{2 + 3} = \frac{6 + 3}{5} = \frac{9}{5}$$

$$y = \frac{2 \times 4 + 3 \times 2}{2 + 3} = \frac{8 + 6}{5} = \frac{14}{5}$$

P बिंदु के निर्देशांक $(\frac{9}{5}, \frac{14}{5})$ है।

7.4 त्रिभुजो का क्षेत्रफल

लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. उस त्रिभुज ABC का केंद्रक बिन्दु ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष बिन्दु $(-1, 0)$, $(5, -2)$ और $(8, 2)$ हैं।

उत्तर : – त्रिभुजो के शीर्षों के नियामक (x_1, y_1) , (x_2, y_2) और (x_3, y_3) हो तों केंद्रक के नियामक

$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ तीन बिंदुए $(-1, 0)$, $(5, -2)$ और $(8, 2)$ दिया गया है।

$$\text{केंद्रक के नियामक } x = \frac{-1+5+8}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\text{केंद्रक के नियामक } y = \frac{0-1+2}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

केंद्रक के नियामक $(4, 0)$ होगा।

प्रश्न 2. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसके शीर्ष $(-5, -1)$, $(3, -5)$ तथा $(5, 2)$ हैं।

$$\begin{aligned}\text{उत्तर : – त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2}[-5(-5 - 2) + 3(2 + 1) + 5(-1 + 5)] \\ &= \frac{1}{2}[35 + 9 + 20] = \frac{1}{2} \times 64 = 32 \text{ वर्ग इकाई}\end{aligned}$$

प्रश्न 3. k का मान ज्ञात कीजिए, यदि तीनों बिंदु $(4, 6)$, $(8, k)$, $(12, -6)$ संरेखि हों।

उत्तर: – बिंदुए $(4, 6)$, $(8, k)$, $(12, -6)$ संरेखि है।

अतः इन बिन्दुओं से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल = 0 होगा।

अगर तीन बिंदु (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) हो तो इनसे बने त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2}[4(k + 6) + 8(-6 - 6) + 12(6 - k)] \\ &= \frac{1}{2}(4k + 24 - 96 + 72 - 12k) = \frac{1}{2}(-8k) = -4k\end{aligned}$$

$$\therefore \text{तीनो बिन्दुएँ संरेखि है अतः } -4k = 0$$

$$\therefore k = 0$$

प्रश्न 4. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(2, 3)$, $(-1, 0)$, $(2, -4)$ हैं।

$$\begin{aligned}\text{उत्तर: – त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2}[2(0 + 4) + (-1)(-4 - 3) + 2(3 - 0)] \\ &= \frac{1}{2}(8 + 7 + 6) = \frac{21}{2} \text{ वर्ग मात्रक}\end{aligned}$$

प्रश्न 5. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसके शीर्ष $(1, -1)$, $(-4, 6)$ और $(-3, -5)$

उत्तर: - $x_1 = 1, x_2 = -4, x_3 = -3$

$y_1 = -1, y_2 = 6, y_3 = -5$ है।

$$\begin{aligned}\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [1(6 + 5) + (-4)(-5 + 1) + (-3)(-1 - 6)] \\ &= \frac{1}{2} [11 + (-4)(-4) + (-3)(-7)] \\ &= \frac{1}{2} [11 + 16 + 21] \\ &= \frac{1}{2} \times 48 = 24 \text{ वर्ग मात्रक}\end{aligned}$$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. यदि बिन्दु $(x, 0), (0, y)$ तथा $(1, 1)$ संरेखी हो तो सिद्ध करें कि $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$

उत्तर : - \therefore तीनों बिंदुए संरेखी है | अतः इनसे बने त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा।

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

$$\Rightarrow x(y - 1 + 0(1 - 0)) + 1(0 - y) = 0$$

$$\Rightarrow xy - x - y = 0$$

$$\Rightarrow x + y = xy$$

दोनों पक्षों में xy से भाग देने पर प्राप्त फल

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{xy}{xy}$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 1$$

या, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ सबित हुआ।

प्रश्न 2. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसके शीर्ष $(2, 3), (-1, 0), (2, -4)$ है।

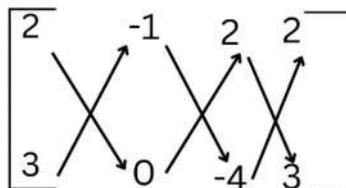
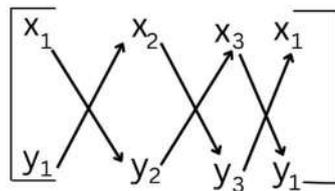
उत्तर : - $x_1 = 2; y_1 = 3$

$$x_2 = -1; y_2 = 0$$

$$x_3 = 2; y_3 = -4$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$



$$= \frac{1}{2} (0 + 3 + 4 - 0 + 6 + 8) = \frac{1}{2} (21) = \frac{21}{2}$$

वर्ग एकांक

प्रश्न 3. सिद्ध करें कि $(3, 3)$ $(a, 0)$ $(0, b)$ सरळी है यदि $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{3}$

उत्तर :- ∴ तीनों बिंदुए सरळी है अतः इन बिन्दुओ से बना त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य से तुली होगा।

$$x_1 = 3, y_1 = 3$$

$$x_2 = a, y_2 = 0$$

$$x_3 = 0, y_3 = b$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & a & 0 & 3 \\ 3 & 0 & b & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} (0 - 3a + ab - 0 + 0 - 3b)$$

$$= \frac{1}{2} [ab - 3(a + b)]$$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = 0$$

$$\therefore \frac{1}{2} [ab - 3(a + b)] = 0$$

$$\text{या, } ab - 3(a + b) = 0$$

$$\therefore ab = 3(a + b)$$

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$$

$$\text{या, } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{3} \text{ सबित हुआ}$$