त्रिकोण मिति के कुछ अनुप्रयोग

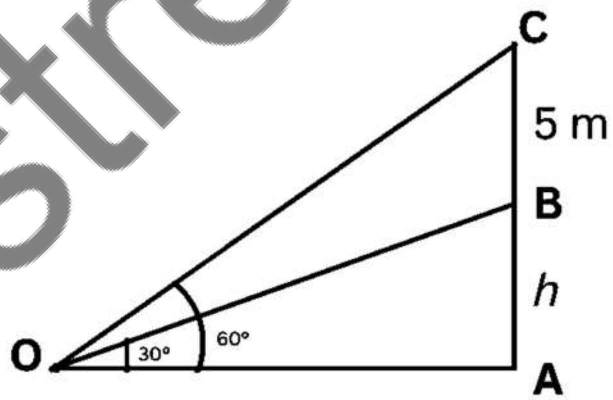
9.2 उचाई एवं दूरी

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न1. भूमि के एक बिन्दु o से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° एवं मीनार के शिखर पर के ध्वज़ दंड के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि ध्वज दंड की लंबाई 5m है, तो मीनार की ऊँचाई बताएँ।

उत्तर : - $AB =$ मीनार की उचाई $= h, BC =$ ध्वजदंड की लम्बाई $= 5\,m\,, OA = x$ माना | ΔOAB समकोण त्रिभुज है |

$\therefore \tan 30° = \frac{AB}{OA} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$



$\therefore x = h\sqrt{3}$

पुनः ΔOAC में

$tan\ 60° = \frac{AC}{OB} = \frac{h+5}{x}$

$\sqrt{3} = \frac{h+5}{h\sqrt{3}}$

$\therefore 3h = h + 5$

या, $3h - h = 5$

$\therefore \quad 2h = 5$

$\therefore \quad h = \frac{5}{2} = 2.5\ m$

मीनार की ऊचाई =2.5 m

ΔACD में , $tan 30° = \frac{\text{CD}}{\text{AD}} = \frac{95}{d+95} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{95}{95+d}\quad 95 + d = 95\sqrt{3}$

$\therefore d = 95\sqrt{3} - 95 = 95(\sqrt{3} - 1)m$

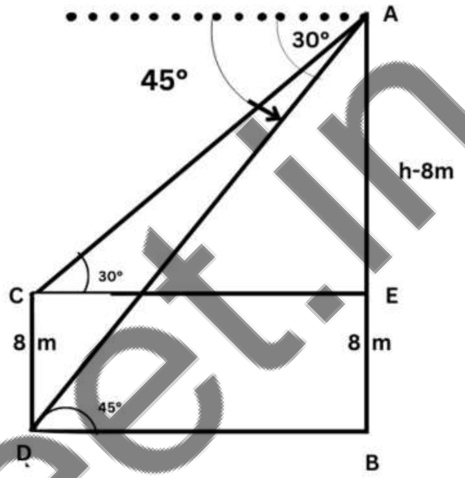
$= 95(1.732 - 1) = 95 \times 0.732 = 69.54\ m$

notesstreet.in

दोनों जहाज के बिच कि दूरी =69.54 m

प्रश्न 2. एक बहुमंजिला भवन के शिखर से देखने पर एक 8m ऊँचे भवन के शिखर और तल के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 45° हैं। बहुमंजिला भवन की ऊँचाई और दोनों भवनों के बीच की दूरी ज्ञात करें।

उत्तर : - AB = बहुमंजिले भवन कि ऊचाई $= h$



CD भवन की ऊचाई $= 8\ m = BE$

$\angle ADB = 45° \therefore \mathrm{AB = DB = h = CE}$

ΔACE में, $tan30° = \frac{AE}{CE} = \frac{\mathrm{h-8}}{\mathrm{h}}$

$\therefore \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h-8}{h} = 1 - \frac{8}{h}$

$\frac{8}{h} = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$

$\therefore h = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{8(3+\sqrt{3})}{2} = 4(3+\sqrt{3})m$

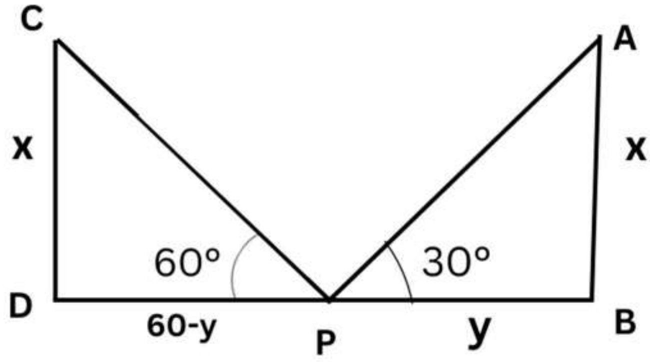
बहुमंजिले भवन कि ऊचाई $=4(3+\sqrt{3})m$

दोनों भवनों के बीच कि दूरी $=4(3+\sqrt{3})m$

notesstreet.in

प्रश्न 3. एक 60 मीटर चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने-सामने समान लंबाई वाले दो खंभे लगे हैं। इन दोनों खंभों के बीच सड़क के एक बिन्दु से खंभों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 30° और 60° हैं। खंभों की ऊँचाई और खंभों से बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर : - खंभा $AB = CD = x\ m$



$BD = 60\ m\ ; PB = y\ m$

$\therefore DP = (60-y)\ m$

ΔPCD में

$tan60° = \frac{CD}{PD} = \frac{x}{60-y}$

$\sqrt{3} = \frac{x}{60-y}$

$x = \sqrt{3}(60 - y)$

फिर ΔABP में $tan30° = \frac{AB}{BP} = \frac{x}{y}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{y}$

$\therefore \quad x = \frac{y}{\sqrt{3}} \quad \dots \dots ..(ii)$

समीकरण $(i) = (ii)$

$\sqrt{3}(60 - y) = \frac{y}{\sqrt{3}}$

$3(60 - y) = y$

$\Rightarrow \quad 180 - 3y = y$

$\Rightarrow \quad 180 = 3y + y = 4y$

$\therefore \quad y = \frac{180}{4} = 45m$

$\therefore \quad DP = 60 - 45 = 15m$

समीकरण $x = \sqrt{3}(60 - 45) = \sqrt{3} \times 15 = 15\sqrt{3}m$

दोनों खम्भों की ऊँचाई=$15\sqrt{3}\ m$

P बिंदु से AB खंभों की दूरी $= 45\ m$

P बिंदु से CD खंभों की दूरी $= 15\ m$

notesstreet.in

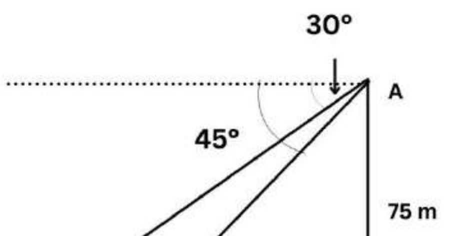
प्रश्न 4. समुद्र तल से 75 m ऊँची लाइट हाऊस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण 30° और 45° हैं। यदि लाइट हाऊस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो तो दो जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर : - AB = लाईट हाऊस की ऊचाई $= 75\ m$

$CD = x$ माना दोनों जहाजों के बीच कि दूरी

ΔABD में,

$\because \quad BD = y$ माना



$$tan45° = \frac{AB}{BC} = \frac{75}{y}$$

$\therefore \quad 1 = \frac{75}{y} \quad \therefore y = 75\ m$

ΔABC में,

$$tan30° = \frac{AB}{BC} = \frac{75}{x+y}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{75}{x+y}$$

$\therefore \quad x + y = 75\sqrt{3}$

$\therefore \quad y = 75\ m$

$\therefore \quad x + 75 = 75\sqrt{3}$

$\therefore \quad x = 75\sqrt{3} - 75 = 75(\sqrt{3} - 1)m$

दोनों जहाजों के बीच की दूरी $= 75(\sqrt{3} - 1)m$

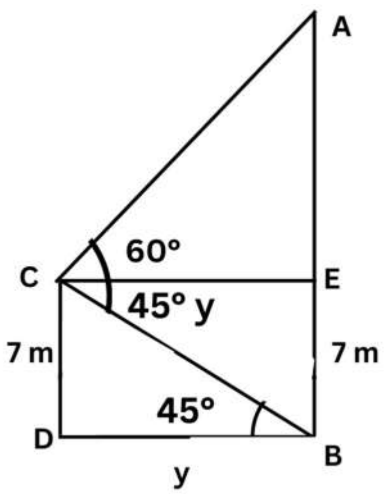
प्रश्न 5. 7m ऊँचे भवन के शिखर से एक केवल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनमन कोण 45° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर : - भवन की ऊँचाई $= 7\ m = CD$

टावर की ऊँचाई $= AB = x\ m$

$EB = CD = 7m$

$BD = CE = y\ m$ (माना)



$\Delta\ ACE$ में, $tan60° = \frac{AE}{CE}$

$$\sqrt{3} = \frac{x-7}{y}, y\sqrt{3} = x - 7$$

फिर ΔBCD में, $tan45° = \frac{CD}{DB} = 1 = \frac{7}{y}$

$\therefore \quad y = 7\ m$

$\therefore \quad$ समीकरण (i) में y के मान रखने पर प्राप्त है।

notesstreet.in

$7\sqrt{3} = x - 7$

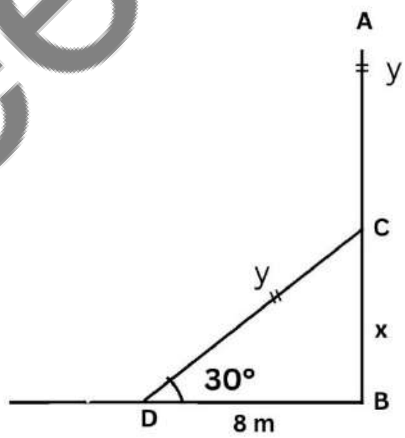
$\therefore \quad 7\sqrt{3} + 7 = x \qquad \therefore x = 7(\sqrt{3} + 1)m$

अतः टावर की ऊँचाई $= 7(\sqrt{3} + 1)m$

प्रश्न 6. आँधी से एक पेड़ टूटकर पेड़ का शिखर जमीन को छूता है और भूमि के साथ 30° के कोण बनाता है। पेड़ का शिखर पाद से 8 m की दूरी पर जमीन को स्पर्श करता है। तो पेड़ की ऊँचाई ज्ञात करें।

उत्तर : - माना कि पेड की ऊँचाई $= AB$ है |

C बिंदु पर से पेड टूटकर जमीन पर Dबिंदु पर मिलती है



$DB = 8\,m$

$AC = y$ और $BC = x$ मान

$\angle BDC = 30°$

स्पष्ट है की $CD = AC = y$

$tan30° = \frac{BC}{DB} = \frac{x}{8}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{8} \qquad \therefore x = \frac{8}{\sqrt{3}}\,m$

फिर $Cos30° = \frac{DB}{DC}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{y} \qquad \therefore y = \frac{8\times2}{\sqrt{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}}\,m$

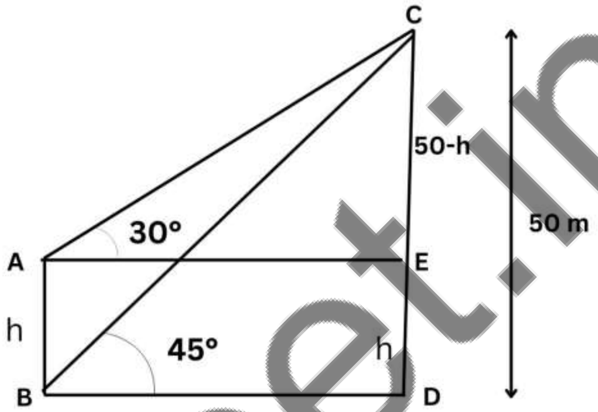
पेड की ऊँचाई $= x + y = \frac{8}{\sqrt{3}} + \frac{16}{\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}}\,m$

$= \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} m = 8\sqrt{3}\,m$

notesstreet.in

प्रश्न 7. एक ऊर्ध्वाधर झंडा स्तम्भ तथा एक 50 मीटर ऊँची मीनार एक ही क्षैतिज तल पर स्थित है। मीनार के शीर्ष से स्तम्भ के ऊपर तथा निचले सिरे अवनमन कोण क्रमशः 30° तथा 45° हैं, तो झंडा स्तम्भ की ऊँचाई ज्ञात करे

उत्तर : - AB झंडा स्तंभ की ऊँचाई $= h$



CD मीनार की ऊँचाई $=$ 50 मीटर

$CE = (50 - h)m$

ΔBCD में, $tan45° = \frac{CD}{BD}$

$1 = \frac{CD}{BD} = \frac{50\ m}{BD}$

$\therefore \quad BD = 50m = AE$

ΔACE में,

$tan30° = \frac{CE}{AE} = \frac{50-h}{50}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50-h}{50}$ या, $50 - h = \frac{50}{\sqrt{3}}$

या, $h = 50 - \frac{50}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}-5}{\sqrt{3}} = \frac{50(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}}$

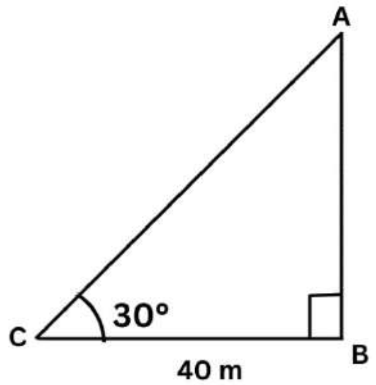
$= \frac{50(\sqrt{3}-1)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{50(3-\sqrt{3})}{3}$

$= \frac{50(3-1.732)}{3} = \frac{50\times1.268}{3} = \frac{6.34}{3} = 21.13$ मीटर

झंडा स्तंभ की ऊँचाई = 21.13 मीटर

प्रश्न 8. भूमि के एक बिंदु से जो मीनार के पाद बिंदु से 40 मीटर की दूरी पर है तथा मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर : - मीनार की ऊँचाई $= AB$



$BC = 40\ m, \angle C = 30°$

समकोण $\Delta\ ABC$ से,

$tan30° = \frac{AB}{BC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BC}$

notesstreet.in

$\therefore \quad AB = \frac{40}{\sqrt{3}}\ m = \frac{40}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{3}\ m$

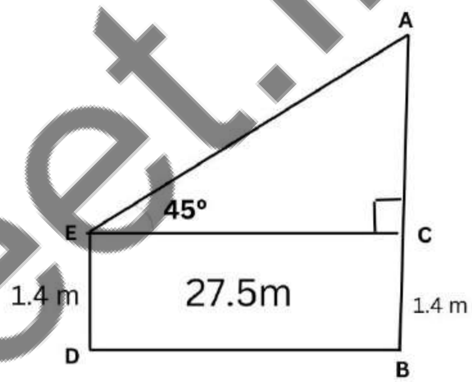
$= \frac{40 \times 1.732}{3} = \frac{69.280}{3} = 23.09\ m$

मीनार कि ऊँचाई = 23.09 m

प्रश्न 9. 1.4 मीटर लंबा एक प्रेक्षक एक चिमनी से 27.5 मी० की दूरी पर है। उसकी आँखों से चिमनी के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। चिमनी की ऊँचाई बताइए।

उत्तर : - AB = चिमनी की ऊँचाई

DE = प्रेक्षक की ऊँचाई = $1.4\ m$



समकोण ΔACE से,

$tan45° = \frac{AC}{EC} = \frac{AC}{27.5}$ या, $1 = \frac{AC}{27.5}$ $\quad \therefore AC = 27.5\ m$

चिमनी की ऊँचाई $= AB = AC + BC = 27.5 + 1.4 = 28.9\ m$

प्रश्न 10. भूमि के एक बिंदु से जो मीनार के पाद बिंदु से 50 m की दूरी पर है तथा मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर : - मीनार की ऊँचाई = AB

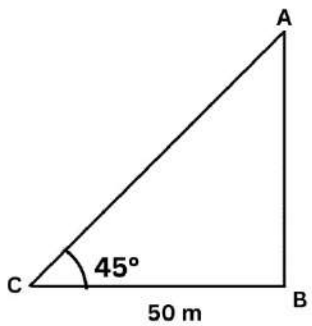
BC = 50 मीटर

$\angle C = 45°$

समकोण ΔABC में

$tan45° = \frac{AB}{BC}$

$1 = \frac{AB}{50} \quad \therefore AB = 50\ m$



मीनार की ऊँचाई = 50 m

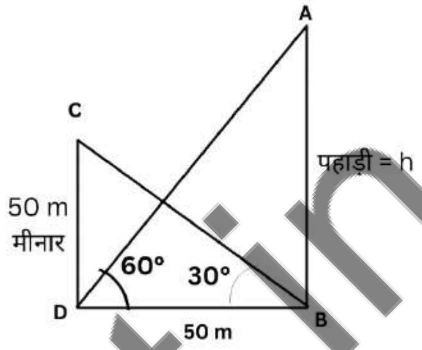
notesstreet.in

प्रश्न 11. किसी मीनार के आधार से पहाड़ी की चोटी का उन्नयन कोण 60° है और पहाड़ी के आधार से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। यदि मीनार की ऊँचाई 50 मीटर हो, तो पहाड़ी की ऊँचाई ज्ञात करें।

उत्तर : - मान लिया पहाड़ी की ऊँचाई $= h\ m$

$CD =$ मीनार की ऊँचाई $= 50\ m$

$DB = x\ m$ माना



ΔABD में $tan60° = \frac{AB}{DB}$

$\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ या, $\sqrt{3}x = h$

या, $x = \frac{h}{x}$ ……(i)

ΔBCD में $tan30° = \frac{CD}{DB} = \frac{50}{x}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{x}$

∴ $x = 50\sqrt{3}$

x के मान को समीकरण (i) में रखने पर

$50\sqrt{3} = \frac{h}{\sqrt{3}}$

∴ $h = 50\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 50 \times 3 = 150\ m$

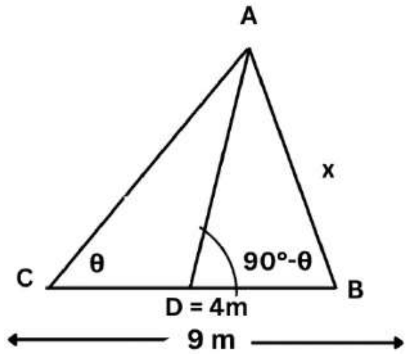
पहाड़ी की ऊँचाई = 150 m

notesstreet.in

प्रश्न 12. मीनार के आधार से एक सरल रेखा में 4 मीटर और 9 मीटर की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण, पूरक कोण हैं, तो सिद्ध करें की मीनार की ऊँचाई 6 मीटर है।

उत्तर : - AB मीनार की ऊँचाई $= x$ माना

$BC = 9m, DB = 4m$



ΔABC में, $tan\theta = \frac{AB}{BC}, tan\theta = \frac{x}{9}$

फिर ΔABD में, $\tan(90° - \theta) = \frac{AB}{DB}$

$Cot\theta = \frac{x}{4}$

$\therefore\ tan\theta . cot\theta = \frac{x}{9} \times \frac{x}{4}, 1 = \frac{x^2}{36}$

$\therefore x^2 = 36$

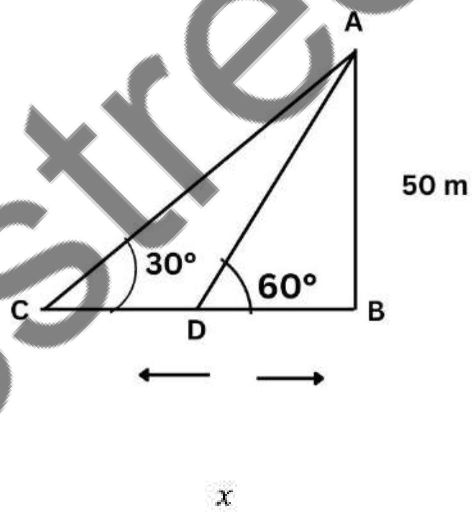
$\therefore x = \sqrt{36} = 6\ m$ है|

प्रश्न 13. एक सड़क 50 मी ऊँची मीनार के आधार तक सीधी जाती है। मीनार की चोटी से सड़क पर खड़ी दो कारों के अवनमन कोण क्रमश: 30° और 60° हैं। दोनों कारों के बीच की दूरी ज्ञात करें।

उत्तर : - माना AB, 50 मीटर ऊँचाई की मीनार है और C तथा D सड़क पर दो कारें इस प्रकार है कि $\angle ADB = 60°$ और $\angle ACB = 30°$

माना $CD = x$ मीटर है |

अब, समकोण ΔABC में ,



$$\frac{AB}{CB} = tan30°$$

या , $\frac{50}{CD+DB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

या , $\frac{50}{x+DB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow x + DB = 50\sqrt{3}$

और समकोण ΔABD में ,

$$\frac{AB}{DB} = tan60°$$

$\Rightarrow \frac{50}{DB} = \sqrt{3}$

या, $DB = \frac{50}{\sqrt{3}} = 28.83$ मीटर

समीकरण (i) में DB का मान रखने पर

$\therefore \mathrm{x} + \mathrm{DB} = 50\sqrt{3}$

$\Rightarrow x + \frac{50}{\sqrt{3}} = 50\sqrt{3}$

या , $x = 50 \times \sqrt{3} - \frac{50}{\sqrt{3}} = 50\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

notesstreet.in

$$= \frac{50(3-1)}{\sqrt{3}} = \frac{50\times2}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{100\sqrt{3}}{3}$$

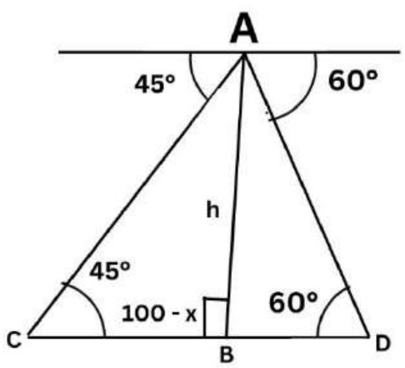
$= \frac{100\times1.73}{3} = \frac{173}{3} = 57.67$ मीटर $=$ दोनों कारो के बिच कि दूरी |

अतः मीनार से दुसरे कार कि दूरी $= 86.5$ मीटर |

प्रश्न 14. दो जहाज विपरीत दिशा से एक लाईटहाउस की तरफ बढ़ रही हैं। दोनों जहाजों का अवनमन कोण लाईटहाउस के शीर्ष से 60° एवं 45° हैं। यदि दोनों जहाजों के बीच की दूरी 100 मीटर है तो लाईटहाउस की ऊँचाई ज्ञात करें।

उत्तर :- $AB =$ लाईट हाउस कि ऊँचाई $= h$

$CD = 100$ मीटर $=$ दोनों जहाजों के बिच कि दूरी



$BD = x$ माना

$\therefore BC = 100 - x$

ΔABC में

$tan45° = \frac{h}{100-x} = \frac{AB}{BC}$

$1 - \frac{h}{100-x}$

$\therefore h = 100 - x$

$\therefore \Delta ABD$ में

$tan60° = \frac{AB}{BD} = \frac{h}{x}$

$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{h}{x}$

$h = \sqrt{3}x$

$\therefore (i) = (ii)$

$100 - x = \sqrt{3}x$

notesstreet.in

$100 = \sqrt{3}x + x = x(\sqrt{3} + 1)$

$\therefore x = \frac{100}{\sqrt{3}+1}$

$\therefore h = 100 - x = 100 - \frac{100}{\sqrt{3}+1} = 100\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}+}\right)$

$= \frac{100(\sqrt{3}+1-1)}{\sqrt{3}+1} = \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

$= \frac{100\sqrt{3}\times(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$= \frac{100\times3-100\sqrt{3}}{3-1}$

$= \frac{300-100\times1.732}{2}$

$= \frac{300-173}{2} = \frac{127}{2} = 63.5$ मीटर

लाईट हाउस कि ऊँचाई = 63.5 मीटर

notesstreet.in